Ejercicio 9:

9) a) 0 y 2 → Representaciones en complemento a 2: $0000_{(2)}$ y $0010_{(2)}$ (4 bits) → $0000_{(2)} + 0010_{(2)} = 0010_{(2)}$ * 1 y 2: Complemento a 2: $0001_{(2)}$ y $0010_{(2)}$ → $0001_{(2)} + 0010_{(2)} = 0011_{(2)}$

* 0 y 0 → complemento a 2: $0000_{(2)}$ ⇒ $0000_{(2)} + 0000_{(2)} = 0000_{(2)}$ * 1 y 1 → complemento a 2: $0001_{(2)}$ → $0001_{(2)} + 0001_{(2)} = 0010$ * 2 y 2: Complemento a 2: $0010_{(2)}$ → $0010_{(2)} + 0010_{(2)} = 0100_{(2)}$

* 0 y 3: Complemento a 2: $0000_{(2)}$ y $0011_{(2)}$ → $0000_{(2)} + 0011_{(2)} = 0011_{(2)}$ * 1 y 3: Complemento a 2: $0001_{(2)}$ y $0011_{(2)}$ → $0001_{(2)} + 0011_{(2)} = 0100_{(2)}$ * 2 y 3: complemento a 2: $0010_{(2)}$ y $0011_{(2)}$ → $0010_{(2)} + 0011_{(2)} = 0101$

b) * -1 y -1: complemento a 2: $1111_{(2)}$ → $1111_{(2)} + 1111_{(2)} = \underbrace{1\,1110}_{-2_{(10)}}{}_{(2)}$ * -1 y -2: complemento a 2: $1111_{(2)}$ y $1110_{(2)}$ → $1111_{(2)} + 1110_{(2)} = \underbrace{1\,1101}_{-3_{(10)}}{}_{(2)}$

* -2 y -2: complemento a 2: $1110_{(2)}$ → $1110_{(2)} + 1110_{(2)} = \underbrace{1\,1100}_{-4_{(10)}}{}_{(2)}$ * -2 y -3: complemento a 2: $1110_{(2)}$ y $1101_{(2)}$ → $1110_{(2)} + 1101_{(2)} = \underbrace{1\,1011}_{-5_{(10)}}{}_{(2)}$ * -3 y -3: complemento a 2: $1101_{(2)}$ → $1101_{(2)} + 1101_{(2)} = \underbrace{1\,1010}_{-6_{(10)}}$

* -4 y -1: complemento a 2: $1100_{(2)}$ y $1111_{(2)}$ → $1100_{(2)} + 1111_{(2)} = \underbrace{1\,1011}_{-5_{(10)}}{}_{(2)}$ * -4 y -2: complemento a 2: $1100_{(2)}$ y $1110_{(2)}$ → $1100_{(2)} + 1110_{(2)} = \underbrace{1\,1010}_{-6_{(10)}}$ * -4 y -3: complemento a 2: $1100_{(2)}$ y $1101_{(2)}$ → $1100_{(2)} + 1101_{(2)} = \underbrace{1\,1001}_{-7_{(10)}}{}_{(2)}$

c) * -4 y -5: complemento a 2: $1100_{(2)}$ y $1011_{(2)}$ → $1100_{(2)} + 1011_{(2)} = \underbrace{1\,0111}_{7_{(10)}}{}_{(2)}$ (OVERFLOW) * -5 y -5: complemento a 2: $1011_{(2)}$ → $1011_{(2)} + 1011_{(2)} = \underbrace{1\,0110}_{6_{(10)}}{}_{(2)}$

* -6 y -4: complemento a 2: $1010_{(2)}$ y $1100_{(2)}$ → $1010_{(2)} + 1100_{(2)} = \underbrace{1\,0110}_{6_{(10)}}{}_{(2)}$ * -6 y -5: complemento a 2: $1010_{(2)}$ y $1011_{(2)}$ → $1010_{(2)} + 1011_{(2)} = \underbrace{1\,0101}_{5_{(10)}}{}_{(2)}$ * -6 y -6: complemento a 2: $1010_{(2)}$ → $1010_{(2)} + 1010_{(2)} = \underbrace{1\,0100}_{4_{(10)}}{}_{(2)}$ * -6 y -3: complemento a 2: $1010_{(2)}$ y $1101_{(2)}$ → $1010_{(2)} + 1101_{(2)} = \underbrace{1\,0111}_{7_{(10)}}{}_{(2)}$ * -7 y -3: complemento a 2: $1001_{(2)}$ y $1101_{(2)}$ → $1001_{(2)} + 1101_{(2)} = \underbrace{1\,0110}_{6_{(10)}}{}_{(2)}$ * -7 y -4: complemento a 2: $1001_{(2)}$ y $1100_{(2)}$ → $1001_{(2)} + 1100_{(2)} = \underbrace{1\,0101}_{5_{(10)}}{}_{(2)}$

d) * 4 y 4: complemento a 2: $0100_{(2)}$ → $0100_{(2)} + 0100_{(2)} = \underbrace{1000}_{-8_{(10)}}{}_{(2)}$ * 4 y 5: complemento a 2: $0100_{(2)}$ y $0101_{(2)}$ → $0100_{(2)} + 0101_{(2)} = \underbrace{1001}_{-7_{(10)}}{}_{(2)}$

e) Como 5 y -5: complemento a 2: $0101_{(2)}$ y $1011_{(2)}$ respectivamente ⇒ $0101_{(2)} + 1011_{(2)} = \underbrace{1\,0000}_{0_{(10)}}{}_{(2)}$ (hay acarreo y se lee $0000_{(2)} = 0_{(10)}$).

f) Como 0 y 0: complemento a 2: $0000_{(2)}$ ⇒ $0000_{(2)} + 0000_{(2)} = 0000_{(2)}$ (no hay acarreo y $0000_{(2)} = 0_{(10)}$)

g) Como 4 y 4: complemento a 2: $0100_{(2)}$ → $0100_{(2)} + 0100_{(2)} = \underbrace{1000}{}_{(2)}$ → $1000_{(2)} = -8_{(10)}$ pero $4+4 = 8_{(10)}$ → OVERFLOW

h) -1 y 0: complemento a 2: $1111_{(2)}$ y $0000_{(2)}$ → $1111_{(2)} + 0000_{(2)} = 1111_{(2)}$ donde $1111_{(2)} = -1_{(10)} < 0$ y $-1+0 = -1_{(10)}$

Ejercicio 10:

10) Si tomo una cadena binaria de k dígitos, a través del método de codificación de complemento a 2 puedo representar los números positivos que no tengan un 1 en su cifra más significativa, o sea, hasta $\underline{2^{k-1}-1}$ pues $2^{k-1} = \overbrace{10\ldots0}^{k\text{ dígitos}}$. En los negativos, puedo representar los n tales que al restarlos a 2^k tengan un 1 la cifra más significativa, o sea, $2^k + n \geq 2^{k-1} \to n \geq -2^k + 2^{k-1} = -2(2^{k-1}) + 2^{k-1} = \underline{-2^{k-1}}$. Como puedo representar el 0 tengo que el intervalo de números que puedo representar como complemento a 2 en una cadena de k bits es $\underline{[-2^{k-1}; 2^{k-1}-1]}$. Por otro lado, en el método signo + magnitud represento un bit de signo y los números que ocupen k-1 bits como mucho para representar. Luego, como el número más grande que puedo representar con k-1 bits es $\underline{2^{k-1}-1}$, tengo que el intervalo de números representables es $[-(2^{k-1}-1); 2^{k-1}-1] = \underline{[-2^{k-1}+1; 2^{k-1}-1] \subseteq [-2^{k-1}; 2^{k-1}-1]}$. Nótese que ambos intervalos se asemejan excepto por el número -2^{k-1} el cual es representable en complemento a 2 pero no en signo + magnitud. Por ende, para una cadena binaria de k bits el número $\underline{-2^{k-1}}$ puede representarse en complemento a 2 y no en signo + magnitud, pero como todos los números representables por lo segundo lo son por lo primero no existe un número que pueda representarse en signo + magnitud y no en complemento a 2 para una cadena binaria de k bits.